

## Нелокальные условия убегания электронов в газовом диоде с игольчатым катодом

М.А. Беляев<sup>1</sup>, М.А. Гашков<sup>1</sup>, Н.М. Зубарев<sup>1,2</sup>, О.В. Зубарева<sup>1,\*</sup>, М.И. Яландин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург, Россия

<sup>2</sup>Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

\*olga@iep.uran.ru

**Аннотация.** Теоретически исследуются условия убегания электронов в газовом зазоре с неоднородным распределением электрического поля, обусловленным использованием игольчатого катода. Выявлены существенные различия в поведении электронов для игл с относительно большими и малыми радиусами острия, что соответствует различной степени неоднородности электрического поля. В слабонеоднородном поле (радиус острия превышает некоторый порог) электроны непрерывно ускоряются во всем зазоре. В сильнонеоднородном поле (сравнительно малый радиус острия) электроны могут достигать максимальной энергии внутри зазора и начать тормозиться в прианодной области. Такое различие приводит к необходимости использования различных – локального и нелокального – условий убегания свободных электронов.

**Ключевые слова:** убегание электронов, игольчатый катод, газовый диод, неоднородное электрическое поле.

### 1. Введение

В достаточно сильном электрическом поле свободные электроны в газе начинают непрерывно ускоряться – переходят в режим убегания [1–4]. Убегающие электроны (УЭ), образуясь вблизи катода при воздействии на газовый зазор сантиметрового масштаба импульса напряжения амплитудой в десятки-сотни киловольт, пересекают его за десятки-сотни пикосекунд. При этом УЭ осуществляют предварительную ионизацию газа, определяя динамику его субнаносекундного пробоя (см. работы [3–7] и ссылки в них).

В условиях однородного поля для убегания электронов достаточно, чтобы напряженность поля  $E$  превышала определенное критическое значение  $E_c$ , зависящее от сорта газа и его давления. Согласно [4] для воздуха атмосферного давления  $E_c \approx 270$  кВ/см. Наличие порога обусловлено тем, что сила трения  $F$ , действующая на электрон в газе, ограничена сверху. Для воздуха она достигает максимума ( $F_{\max}$ ) при кинетической энергии электрона около 110 эВ [3]. Если действующая на электрон электрическая сила  $q_e E$  (здесь  $q_e$  – заряд электрона) превысит величину  $F_{\max}$ , то он начнет набирать энергию вне зависимости от ее начального значения. Таким образом, условием убегания изначально тепловых электронов в однородном поле является  $E > E_c = F_{\max}/q_e$ .

В сильнонеоднородном поле, обусловленном использованием острийных катодов (см., например, работы [8–11]), требование  $E > E_c$  вблизи катодного острия является необходимым для перехода тепловых электронов в режим убегания. Однако, в отличие от случая однородного поля, его не достаточно для убегания электронов во всем промежутке [11–14]. Если поле быстро спадает при удалении от острия, то ускорявшийся в прикатодной области электрон может начать терять энергию на периферии. Наиболее выраженным этот эффект будет для игольчатого катода, обеспечивающего максимальную степень неоднородности распределения поля в промежутке. Сделаем для этого случая несколько оценок. Напряженность поля  $E$  с удалением  $z$  от вершины иглы спадает как  $1/z$ ; для потенциала соответственно имеем  $\phi \sim \ln z$  (см. подробнее ниже). Рассмотрим поведение электрона в формальном пределе  $z \rightarrow \infty$ , т.е. когда его движение не ограничено анодом. Продемонстрируем, что в таком поле электрон не будет неограниченно убегать. Докажем это утверждение «от противного». Предположим, что электрон непрерывно ускоряется. Это

происходит, когда действующая на него электрическая сила доминирует над силой трения в газе, т.е.  $q_e E \gg F$ . В этом случае можно приближенно считать, что кинетическая энергия электрона будет определяться пройденной им разностью потенциалов:  $\varepsilon \approx q_e \phi$ . Согласно формуле Бете [15] сила трения уменьшается с ростом энергии электрона примерно как  $1/\varepsilon$  и, следовательно, имеем  $F \sim 1/\ln z$ . С другой стороны, ускоряющая электрон сила оценивается как  $q_e E \sim 1/z$ . Тогда при больших  $z$  получим  $q_e E \ll F$ , т.е. приходим к противоречию. Как следствие, предположение об убегании электрона на периферии – неверно. На достаточно большом расстоянии от катода электрон начнет тормозиться и станет тепловым. Для убегания в промежутке конечной длины требуется, чтобы это произошло уже «за анодом».

В данной работе анализируется зависимость условий убегания электронов в газовом диоде с игольчатым катодом от степени неоднородности распределения электрического поля в промежутке, вариация которой обеспечивается изменением радиуса вершины иглы. Демонстрируется, что в слабонеоднородном поле (радиус больше некоторого порогового значения) для убегания электронов вполне достаточно выполнения локального условия  $E > E_c$  вблизи острия. В сильнонеоднородном поле (радиус меньше порога) для генерации УЭ необходимо выполнение более сильного нелокального условия. Требуется, чтобы приложенная к промежутку разность потенциалов превышала некоторое минимальное значение, зависящее от межэлектродного расстояния и свойств газа.

## 2. Исходные уравнения

Рассмотрим динамику свободных электронов в газовом зазоре с неоднородным распределением электрического поля, обусловленным использованием игольчатого катода. Для простоты будем считать поле стационарным. Понятно, что направление вдоль оси симметрии катода  $z$  является преимущественным для движения УЭ. Тогда для анализа условий убегания можно ограничиться исследованием одномерного движения электронов. В таком случае движение электрона с кинетической энергией  $\varepsilon$  описывается обыкновенным дифференциальным уравнением [3, 4]:

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = q_e E(z) - F(\varepsilon). \quad (1)$$

Для зависимости силы трения электрона в газе  $F$  от  $\varepsilon$  будем использовать следующую аппроксимацию [13, 14]:

$$\frac{F(\varepsilon)}{F_{\max}} = \begin{cases} \frac{2}{3} \sqrt{\frac{e\varepsilon}{\varepsilon_c}}, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_0, \\ \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon} \ln \frac{e\varepsilon}{\varepsilon_c}, & \varepsilon > \varepsilon_0, \end{cases} \quad (2)$$

где  $e$  – основание натурального логарифма. Эти выражения представляют собой сшивку в точке  $\varepsilon = \varepsilon_0 = e^{-1/3} \varepsilon_c$  корневой зависимости  $F \sim \varepsilon^{1/2}$  (сила трения пропорциональна скорости при низких энергиях) с нерелятивистской формулой Бете [15], записанной в терминах  $\varepsilon_c$  и  $F_{\max} = q_e E_c$ .

Аппроксимируем форму катода с радиусом кривизны вершины  $R$  параболоидом вращения  $r^2 = -2Rz$  (используются цилиндрические координаты с началом в вершине иглы). Для описания распределения электрического поля в промежутке будем использовать следующее точное решение уравнения Лапласа для его потенциала [13]:

$$\phi(r, z) = U \frac{\ln\left(1/2 + z/R + \sqrt{(r/R)^2 + (1/2 + z/R)^2}\right)}{\ln(1 + 2D/R)},$$

где  $D$  – межэлектродное расстояние вдоль оси  $z$ ,  $U$  – приложенное напряжение. Ему соответствует следующее распределение электрического поля вдоль оси  $z$ :

$$E(z) = \frac{U}{(z + R/2) \ln(1 + 2D/R)}. \quad (3)$$

Уравнение (1) будем решать с учетом (2) и (3) при различных  $U$  и  $R$  в интервале  $0 < z < D$  (фиксируем  $D = 10$  мм) с начальным условием  $\varepsilon(0) = 0$ , т.е. электрон запускается с катода с формально нулевой энергией. Берем  $E_c = 270$  кВ/см и  $\varepsilon_c = 110$  эВ, что соответствует воздуху (азоту) атмосферного давления. Целью будет выявление условий убегания.

### 3. Сильное и слабое условия убегания

Мы будем определять пороговое для убегания электронов напряжение  $U_c$ , пользуясь двумя разными критериями убегания [14]. Первый критерий (будем для краткости называть его сильным) соответствует определению убегания электрона как процесса его непрерывного ускорения. Это означает, что должно выполняться условие  $d\varepsilon/dz > 0$  во всем интервале  $0 < z < D$ . Порог убегания  $U_{c1}$  соответствует минимальному значению  $U$  (при фиксированном радиусе  $R$ ), при котором такое условие выполняется. С математической точки зрения порог соответствует тому, что

$$\left. \frac{d\varepsilon}{dz} \right|_{z=D} = 0, \quad (4)$$

т.е. энергия достигает максимума на аноде.

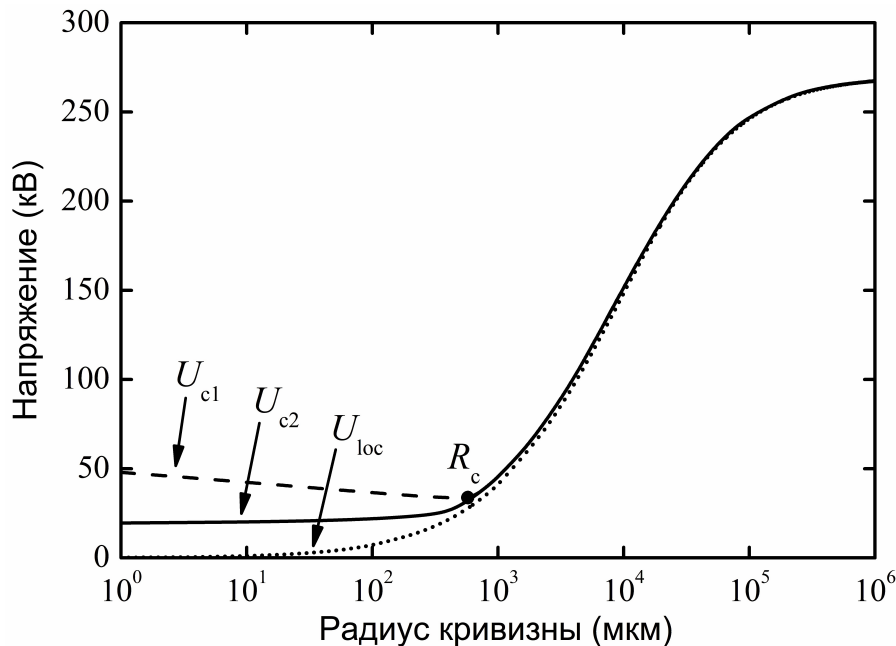


Рис. 1. Численно рассчитанные зависимости от радиуса кривизны вершины иглы  $R$  порогового для убегания электронов значения напряжения для сильного ( $U_{c1}$ ) и слабого ( $U_{c2}$ ) критериев убегания – штриховая и сплошная линии, соответственно. Пунктирная линия – задаваемая формулой (6) зависимость  $U_{loc}(R)$ , отвечающая локальному критерию убегания  $E(0) > E_c$ . Газ – атмосферный воздух;  $D = 10$  мм.

Второй критерий убегания (будем называть его слабым) предполагает, что электрон достигает анода, оставаясь «быстрым», причем не важно, ускоряется он в зазоре непрерывно, или имеются участки, где он тормозится. В рамках используемого описания естественно выбрать  $\varepsilon_c$  в качестве граничного значения энергии свободного электрона, достаточного, чтобы считать его «быстрым». В таком случае порог убегания  $U_{c2}$  соответствует условию на аноде:

$$\varepsilon|_{z=D} = \varepsilon_c. \quad (5)$$

На Рис. 1 представлены результаты расчетов зависимостей от радиуса острия  $R$  порогового для убегания электронов значения напряжения согласно сильному (4) и слабому (5) условиям:  $U_{c1}(R)$  и  $U_{c2}(R)$  (штриховая и сплошная линии, соответственно). Обратим внимание на то, что в области сравнительно больших  $R$  (в качестве границы можно взять  $R_c \approx 0.6$  мм) величины  $U_{c1}$  и  $U_{c2}$  практически совпадают, т.е. в условиях слабонеоднородного поля использование критериев (4) и (5) приводит к одинаковому результату. В области малых радиусов  $R < R_c$ , т.е. в случае сильнонеоднородного распределения поля, значения  $U_{c1}$  и  $U_{c2}$  заметно различаются. Это свидетельствует о том, что при  $R < R_c$  переход в режим убегания с ростом управляющего параметра  $U$  происходит плавно: энергия электронов, достигающих анода, постепенно нарастает от минимального ( $\varepsilon_c$ ) до сопоставимого с  $q_e U$  значения в интервале  $U_{c2} < U < U_{c1}$ . При  $R > R_c$  такой переход происходит скачком.

Таким образом, околокритическое поведение свободных электронов качественно различается для  $R < R_c$  и  $R > R_c$ , которые естественно интерпретировать как случаи сильнонеоднородного и слабонеоднородного распределений электрического поля.

#### 4. Нелокальный характер условий убегания

Как уже говорилось выше, в условиях однородного электрического поля массовый переход тепловых электронов в режим убегания происходит при превышении напряженностью критического значения  $E_c$ . Обсудим, в какой степени такое условие может быть применимо в рассматриваемой в настоящей работе ситуации, когда поле спадает с удалением от катода. Понятно, что для того, чтобы стартующий с катода электрон начал убегать, необходимо его попадание в закритическое поле, т.е. на катоде должно выполняться неравенство  $E(0) > E_c$ . В терминах напряжения, как легко получить из (3), оно запишется как

$$U > U_{loc} \equiv \frac{E_c R}{2} \ln \left( 1 + \frac{2D}{R} \right). \quad (6)$$

Задаваемое (6) условие убегания носит, очевидно, локальный характер. Соответствующая (6) зависимость  $U_{loc}(R)$  показана на Рис. 1 пунктиром. Видно, что при  $R > R_c$  она близка к численно рассчитанной зависимости порогового напряжения  $U_c$  от радиуса  $R$ . Это означает, что в условиях слабонеоднородного поля вполне применим локальный критерий убегания  $E(0) > E_c$ .

При  $R < R_c$  зависимость  $U_{loc}(R)$  радикально отличается от результатов наших расчетов. В частности,  $U_{loc} \rightarrow 0$  при  $R \rightarrow 0$ , в то время как  $U_{c1}$  и  $U_{c2}$  при малых  $R$  остаются конечными. Так, при  $R = 1$  мкм будет  $U_{c1} \approx 48$  кВ и  $U_{c2} \approx 20$  кВ. Таким образом, в условиях сильнонеоднородного поля локальный критерий убегания электронов (6) не применим. Это объясняется тем, что электрон, начинающий ускоряться в сильном, закритическом поле вблизи катодного острия при малых напряжениях  $U$ , не набирает достаточной энергии, чтобы согласно (2) обеспечить достаточное снижение силы трения на периферии. В итоге в

прианодной области сила трения будет доминировать над электрической и электрон станет тепловым.

Как видно из Рис. 1, в области  $R < R_c$  для перехода электронов в режим убегания требуется, чтобы разность потенциалов превышала некоторое пороговое значение  $U_{\min} \approx 20$  кВ (в этой области величина  $U_{c2}$  меняется слабо), т.е. критерием убегания будет  $U > U_{\min} = U_{c2}(0)$ . Пройденная электроном разность потенциалов является нелокальной характеристикой движения электрона, так что такой критерий носит нелокальный характер.

## 5. Заключение

В настоящей работе изучалось влияние степени неоднородности распределения электрического поля в газовом зазоре на условия генерации УЭ. Степень неоднородности управлялась изменением радиуса вершины игольчатого катода.

Основной результат нашего анализа заключается в том, что динамика свободных электронов и, как следствие, условия их убегания качественно отличаются при радиусах вершины меньше или больше некоторого порога  $R_c$ , т.е., согласно предлагаемой классификации, в сильнонеоднородном и слабонеоднородном полях. В слабонеоднородном поле условие убегания электронов является локальным: необходимо, чтобы напряженность поля в месте его старта, т.е. у вершины катода, превышала критическое значение  $E_c$ . Если свободный электрон перешел в режим убегания в прикатодной области, то он будет продолжать убегать, непрерывно ускоряясь, во всем промежутке.

В сильнонеоднородном поле локального условия  $E(0) > E_c$  недостаточно для ускорения электрона во всем газовом промежутке. Попадая из области усиленного поля вблизи вершины игольчатого катода в периферийную область со слабым полем, электрон может начать тормозиться и в итоге превратиться в тепловой. В этом случае для убегания электрона требуется выполнение дополнительного, нелокального условия – превышения приложенной к промежутку разности потенциалов  $U$  порогового значения  $U_{\min}$ .

## Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00053, <https://rscf.ru/project/23-19-00053/>.

## Список литературы

- [1] H. Dreicer, Electron and Ion Runaway in a Fully Ionized Gas, *Phys. Rev.*, vol. **115**, 238, 1959; doi: 10.1103/PhysRev.115.238
- [2] J.R. Dwyer, D.M. Smith, and S.A. Cummer, High-Energy Atmospheric Physics: Terrestrial Gamma-Ray Flashes and Related Phenomena, *Space Sci. Rev.*, vol. **173**, 133, 2012; doi: 10.1007/s11214-012-9894-0
- [3] G.A. Mesyats, Yu.I. Bychkov, and V.V. Kremnev, Pulsed Nanosecond Electric Discharges in Gases, *Sov. Phys. Usp.*, vol. **15**(3), 282, 1972; doi: 10.1070/PU1972v015n03ABEH004969
- [4] L.P. Babich, T.V. Loiko, and V.A. Tsukerman, High-Voltage Nanosecond Discharge in a Dense Gas at a High Overvoltage with Runaway Electrons, *Sov. Phys. Usp.*, vol. **33**(7), 521, 1990; doi: 10.1070/PU1990v033n07ABEH002606
- [5] G.V. Naidis, V.F. Tarasenko, N.Yu. Babaeva, and M.I. Lomaev, Subnanosecond Breakdown in High-Pressure Gases, *Plasma Sources Sci. Technol.*, vol. **27**(1), 013001, 2018; doi: 10.1088/1361-6595/aaa072
- [6] N.M. Zubarev, V.Yu. Kozhevnikov, A.V. Kozyrev, G.A. Mesyats, N.S. Semeniuk, K.A. Sharypov, S.A. Shunailov, and M.I. Yalandin, Mechanism and dynamics of picosecond radial

- breakdown of a gas-filled coaxial line, *Plasma Sources Sci. Technol.*, vol. **29**(12), 125008, 2020; doi: 10.1088/1361-6595/abc414
- [7] G.A. Mesyats, M.I. Yalandin, N.M. Zubarev, A.G. Sadykova, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.R. Ulmaskulov, O.V. Zubareva, A.V. Kozyrev, and N.S. Semeniuk, How Short is the Runaway Electron Flow in an Air Electrode Gap?, *Appl. Phys. Lett.*, vol. **116**, 063501, 2020; doi: 10.1063/1.5143486
- [8] D.V. Beloplotov, V.F. Tarasenko, D.A. Sorokin, and V.A. Shklyaeв, Generation of Two Pulses of Runaway Electron Beam Current, *Tech. Phys.*, vol. **66**(4), 548, 2021; doi: 10.1134/S1063784221040046
- [9] G.A. Mesyats, E.A. Osipenko, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.I. Yalandin, and N.M. Zubarev, An Ultra-Short Dense Paraxial Bunch of Sub-Relativistic Runaway Electrons, *IEEE Electron Dev. Lett.*, vol. **43**(4), 627, 2022; doi: 10.1109/LED.2022.3155173
- [10] V.F. Tarasenko, D.V. Beloplotov, and D.A. Sorokin, Duration of Runaway Electron Current Pulses when Applying Voltage Pulses with a Subnanosecond Rise Time, *Tech. Phys.*, vol. **67**(5), 586, 2022; doi: 10.21883/TP.2022.05.53674.317-21
- [11] N.M. Zubarev, M.I. Yalandin, G.A. Mesyats, S.A. Barenгоlts, A.G. Sadykova, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, and O.V. Zubareva, Experimental and Theoretical Investigations of the Conditions for the Generation of Runaway Electrons in a Gas Diode with a Strongly Nonuniform Electric Field, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. **51**(28), 284003, 2018; doi: 10.1088/1361-6463/aac90a
- [12] N.M. Zubarev, O.V. Zubareva, and M.I. Yalandin, Conditions for Runaway Electrons in a Gas Diode with a Strongly Nonuniform Electric Field, *JETP Lett.*, vol. **105**(8), 537, 2017; doi: 10.1134/S002136401708015X
- [13] N.M. Zubarev, O.V. Zubareva, and M.I. Yalandin, Criteria for Electron Runaway in a Gas Diode with a Needle Cathode, *Tech. Phys. Lett.*, vol. **49**(9), 64, 2023; doi: 10.61011/TPL.2023.09.56713.19630
- [14] N.M. Zubarev, O.V. Zubareva, and M.I. Yalandin, Specific Features of Electron Runaway in a Gas Gap with a Conical Cathode, *Dokl. Phys.*, vol. **68**(9), 279, 2023; doi: 10.1134/S1028335823090070
- [15] H. Bethe. Zur Theorie des Durchgangs schneller Korpuskularstrahlen durch Materie, *Ann. Phys.*, vol. **397**(3), 325, 1930; doi: 10.1002/andp.19303970303