

## Собственная волноводная дисперсия ферритовых коаксиальных линий

*В.Е. Патраков\*, С.Н. Рукин*

*Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург, Россия  
\*vitpatrakov@gmail.com*

**Аннотация.** Актуальным вопросом изучения ферритовых линий с продольным подмагничиванием является определение дисперсионных свойств линии. В данной работе приведены теоретические и экспериментальные результаты исследования основной волны типа  $TM_{00}$  ( $E_{00}$ , квази-ТЕМ) в двухслойной коаксиальной линии. Показано, что данная волна обладает сильной частотной дисперсией, которая проявляется при близких значениях рабочей длины волны и внешнего диаметра коаксиальной линии. Результаты экспериментального исследования распространения сигналов по ферритовой коаксиальной линии подтверждают описанные теоретически положения.

**Ключевые слова:** коаксиальная линия с ферритом, двухслойная коаксиальная линия, частотная дисперсия, замедленные волны.

### 1. Введение

Коаксиальные линии с продольным подмагничиванием, заполненные ферритом, являются перспективными элементами наносекундной и субнаносекундной импульсной техники, и традиционно применяются для генерирования мощных радиоимпульсов СВЧ диапазона. В последние годы такие линии находят применение в мощных пикосекундных генераторах в качестве усилителей пиковой мощности импульса [1–3]. В таком режиме ферритовые коаксиальные линии называют линиями магнитной компрессии (MCL от англ. Magnetic Compression Line).

Актуальной проблемой изучения ферритовых линий является определение факторов, влияющих на частоту генерируемых линией колебаний (или длительностей импульса в режиме MCL). При этом ключевым вопросом является определение дисперсионных свойств линии. При исследовании MCL наблюдается сильное занижение теоретической длительности импульса, определяемой в рамках существующей модели генерации колебаний в ферритовой линии с волной ТЕМ [4–6], относительно экспериментальной. Однако, было обнаружено, что при учёте всех компонент электромагнитного поля в MCL, расчёт даёт хорошее согласие с экспериментальными данными [7, 8]. На основании этого было высказано предположение, что важную роль в определении длительности импульса в MCL может играть дисперсия основной волны ферритовой коаксиальной линии, которая возникает из-за наличия в сечении линии двух разнородных слоёв заполнения [7]. Для ферритовых линий в режиме генерации СВЧ колебаний предположения об определяющей роли волноводной дисперсии в линии также высказывались в работах С. Ю. Карелина [9, 10].

Целью настоящей работы является изложение основных закономерностей, описывающих дисперсию основной волны в коаксиальной линии с многослойным заполнением, выявленных на основе численных исследований и систематизации литературных данных. Также приводятся экспериментальные результаты, подтверждающие результаты расчётов дисперсионных характеристик.

### 2. Анализ дисперсионных характеристик многослойных коаксиальных линий

Напомним, что дисперсией называют наличие в некоторой волновой системе зависимости скорости (как фазовой, так и групповой) гармонической волны от частоты [11]. Основной функцией, характеризующей дисперсию системы, является дисперсионная характеристика (ДХ), то есть зависимость волнового числа  $k$  от круговой частоты  $\omega$ . ДХ также может быть представлена в виде зависимости фазовой или групповой скорости от частоты.

Дисперсионный анализ успешно применяется к задачам распространения импульсных сигналов, и позволяет предсказывать и описывать сложные преобразования формы бегущего импульса с помощью анализа распространения его Фурье-компонент.

Рассмотрим поперечное сечение ферритовой коаксиальной линии (рис. 1а). В поперечном сечении присутствует ферритовый слой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  около 12, и изоляционный слой (трансформаторное масло) с  $\varepsilon$  около 2.3. Достаточно часто описание такой двухслойной коаксиальной линии основывается на распространении волны ТЕМ [4, 12], однако в строгом рассмотрении изображенная на рис. 1а структура представляет из себя одну из разновидностей металлodieлектрического волновода [13–15].



Рис. 1. (а): Поперечное сечение мощной коаксиальной линии с ферритом; (б): Пример расчётной сетки для численного анализа дисперсионных характеристик распространяющихся волн в линии.

Существуют работы, в которых проводился достаточно подробный анализ ДХ двухслойных коаксиальных линий [16–19]. В них показано, что основная волна в коаксиальной линии при введении второго диэлектрического слоя преобразуется из волны ТЕМ в волну класса ТМ (то есть волну Е, согласно Е/Н-терминологии). Согласно принятой в большей части литературы классификации, с учётом индекса эта волна имеет обозначение ТМ<sub>00</sub> (или Е<sub>00</sub>). Встречается также обозначение этой волны как «квази-Т» или «квази-ТЕМ». Этот тип волны обладает дисперсией и по своим свойствам схож с основными волнами линии поверхностной волны (ЛПВ) и микрополосковой линии [13, 15].

Традиционная методика анализа ДХ такой линии представляет из себя рассмотрение характеристического уравнения линии, которое для случая осесимметричных волн ТМ и отсутствия магнитных свойств у материалов линии может быть записано как [17, 18]:

$$\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_i - \varepsilon_{eff}} \cdot \left( \frac{J'_0(a_i) \cdot N_0(b_i) - N'_0(a_i) \cdot J_0(b_i)}{J_0(a_i) \cdot N_0(b_i) - N_0(a_i) \cdot J_0(b_i)} \right) = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_e - \varepsilon_{eff}} \cdot \left( \frac{J'_0(a_e) \cdot N_0(b_e) - N'_0(a_e) \cdot J_0(b_e)}{J_0(a_e) \cdot N_0(b_e) - N_0(a_e) \cdot J_0(b_e)} \right), \quad (1)$$

где введены вспомогательные обозначения

$$a_i = 2\pi \frac{r_2}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon_i - \varepsilon_{eff}}, \quad (2)$$

$$b_i = 2\pi \frac{r_1}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon_i - \varepsilon_{eff}}, \quad (3)$$

$$a_e = 2\pi \frac{r_2}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon_e - \varepsilon_{eff}}, \quad (4)$$

$$b_e = 2\pi \frac{r_3}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon_e - \varepsilon_{eff}}, \quad (5)$$

$$\varepsilon_{eff} = \left( \frac{c}{v_\varphi} \right)^2 = \frac{1}{\xi} = \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right)^2. \quad (6)$$

Выше обозначены:  $J_0, J_0'$  – функция Бесселя первого рода порядка 0 и её производная,  $N_0, N_0'$  – функция Бесселя второго рода порядка 0 и её производная,  $\varepsilon_i, \varepsilon_e$  – относительные диэлектрические проницаемости внутреннего и внешнего слоя соответственно,  $\varepsilon_{eff}$  – эффективная диэлектрическая проницаемость линии на рассматриваемой частоте,  $r_1, r_2, r_3$  – радиусы внутреннего проводника линии, границы диэлектриков, и внешнего проводника соответственно (см. рис. 1а),  $v_\varphi$  – фазовая скорость волны на рассматриваемой частоте,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\xi$  – коэффициент замедления волны,  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме на рассматриваемой частоте,  $\lambda_g$  – длина волны в линии на рассматриваемой частоте. При заданных параметрах линии и частоте, которая задаёт значение  $\lambda_0$ , уравнение (1) решается относительно  $\varepsilon_{eff}$ . Из-за трансцендентных свойств уравнения решение производится численными методами.

При проведении нашего исследования был применён другой подход к расчёту ДХ, основывающийся на численном нахождении собственных значений уравнения Гельмгольца для комплексной амплитуды электрического поля в поперечном сечении линии, дискретизированном с помощью расчётной сетки с треугольными ячейками (рис. 1б). Решение уравнения проводилось с помощью метода конечных элементов (МКЭ). В качестве граничных условий задавались условия «Идеальный электрический проводник» на внутренней и внешней границах линии. Преимуществом реализованного метода является его универсальность: к примеру, возможно рассчитать дисперсионную характеристику линии с гирромагнитным диэлектриком (ферритом), не модифицируя исходное уравнение. Вместе с тем, для диэлектрического заполнения расчёт по уравнению (1) и по МКЭ приводит к одинаковым ДХ, что говорит о корректности составленной модели.

При задании свойств материалов в модели необходимо учитывать, что, как следует из теоретического рассмотрения [5, 13], в контексте распространения электромагнитных волн магнитная проницаемость  $\mu_f$  феррита в квазистатическом приближении даже в состоянии глубокого насыщения не равна единице, и должна рассчитываться по следующей формуле:

$$\mu_f = 1 + \frac{M_s}{H_{eff}}, \quad (7)$$

где  $M_s$  – намагниченность насыщения феррита (обычно порядка 300 кА/м),  $H_{eff}$  – эффективное магнитное поле в феррите с учётом размагничивающих полей.

Типичный вид ДХ волны  $TM_{00}$  представлен на рис. 2а. По вертикальной оси отложено отношение  $v_\varphi/c$ , а по горизонтальной – частота сигнала  $f$ . Выявленные нами особенности ДХ заключаются в следующем. На низких частотах значение  $v_\varphi$  определяется квазистатическими значениями эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей линии [12]. При повышении частоты сигнала величина  $v_\varphi$  заметно снижается, в пределе достигая скорости света в диэлектрике с более высоким показателем преломления (в нашем случае – в феррите). Такое поведение волны является типичным для диэлектрических волноводов [14], и обычно объясняется с применением лучевой трактовки, по аналогии с эффектом полного внутреннего отражения в оптике. Другой моделью такого поведения  $v_\varphi$  может быть рассмотрение волны  $TM_{00}$  как комбинации волны  $TEM$  коаксиальной линии и основной волны металлодиэлектрического волновода, образуемого ферритовым слоем и центральным проводником линии [20].

Обозначим частоту, соответствующую точке перегиба ДХ (рис. 2а) как  $f_{TM_{00}}$ . При пропорциональном уменьшении всех размеров сечения линии, ДХ уширяется без изменения своей формы, а  $f_{TM_{00}}$  сдвигается в область более высоких частот (рис. 2а). На частоте  $f_{TM_{00}}$  отношение внешнего диаметра линии  $D = 2r_3$  к длине волны во внешней среде  $\lambda_0/(\varepsilon_e)^{1/2}$  для всех ДХ примерно равно единице. Такое поведение ДХ типично для волноводной дисперсии

и объясняется поперечным резонансом парциальных волн между проводящими стенками линии при образовании волноводных мод [13]. Это может объяснить наблюдаемую в [3] прямую зависимость длительности формируемого MCL импульса от её поперечных размеров.

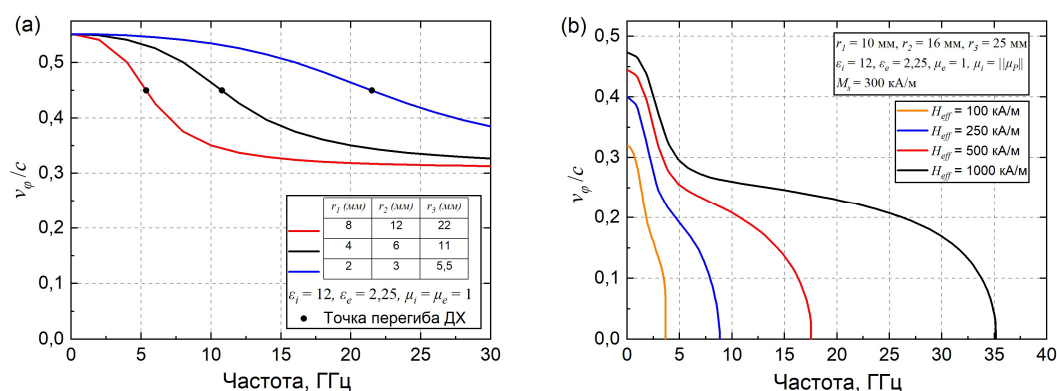


Рис. 2. (а): Дисперсионные характеристики волны  $TM_{00}$ ; (б): дисперсионные характеристики волны  $TM_{00}$  ферритовой линии с учётом гиромангнитных свойств феррита при различных значениях магнитного поля.

На рис. 2б показаны ДХ, полученные при подстановке в МКЭ-модель магнитной проницаемости феррита в виде тензора Полдера  $\|\mu_P\|$ , описывающего гиромангнитные свойства феррита в линейном приближении [13]. Такой расчёт позволяет наблюдать одновременное проявление в линии гиромангнитной дисперсии и дисперсии волны  $TM_{00}$ . Отметим, что для показанных кривых начальное значение скорости волны изменяется вследствие изменения квазистатической магнитной проницаемости феррита в соответствии с формулой (7). Как видно, при различных значениях магнитного поля в линии срез, связанный с гиромангнитной прецессией, изменяет своё положение на оси частот. Если этот срез располагается ниже  $f_{TM_{00}}$ , область сильной дисперсии волны  $TM_{00}$  оказывается расположенной в полосе подавления линии, а в области полосы пропускания линия может приближенно рассматриваться, как линия с ТЕМ волной. В случае же сильных магнитных полей, частота прецессии сдвигается в более высокочастотную область, и в полосе пропускания линии активно проявляется замедление волны  $TM_{00}$ . Наши расчёты показывают, что магнитное поле в линии, соответствующее границе между этими режимами, может быть найдено, как  $H_{eff}$  [кА/м] =  $7140/T_0$  [пс], где  $T_0$  – время пробега электромагнитной волны между проводниками линии.

### 3. Экспериментальное наблюдение дисперсии волны $TM_{00}$ в ферритовой линии

Для экспериментального исследования ДХ были проведены измерения распространения пикосекундного импульса малой амплитуды по коаксиальной линии, частично заполненной продольно намагниченным ферритом. Изоляционный промежуток линии был заполнен воздухом. Параметры линии, в соответствии с введёнными выше обозначениями, составляли:  $r_1 = 10$  мм,  $r_2 = 16$  мм,  $r_3 = 25$  мм,  $\epsilon_i = 12,2$ ,  $\epsilon_e = 1$ . Длина ферритового участка составляла 216 мм. Внешнее магнитное поле составляло около 178 кА/м, что соответствует усредненной величине поля внутри феррита 165 кА/м с учётом размагничивающих полей. Для такой величины магнитного поля расчёт по формуле (7) даёт значение магнитной проницаемости 2.82. В качестве генератора зондирующего сигнала использовался генератор перепадов ЯС-20А с амплитудой перепада 0.35 В и длительностью перепада около 50 пс, а для измерения сигнала применялся осциллограф Trim TMR8112 с полосой пропускания 12 ГГц. После получения осциллограмм падающего и прошедшего через линию сигналов фазовые скорости гармонических волн в соответствующей полосе частот были получены с помощью преобразования Фурье. Для калибровки методики вычисления фазовой скорости, она была

применена к падающему и прошедшему сигналам через воздушную коаксиальную линию без ферритовой вставки (волна ТЕМ). Обработка данных показала, что в исследуемой полосе частот измеренное значение скорости волны в воздушной линии постоянно и равно скорости света, как и ожидается для волны ТЕМ. Этот результат говорит о корректности работы применяемой методики. Отклонения измеренной скорости в полосе частот составили не более 3%, что можно принять за оценку погрешности измерения скорости волны таким методом.

Осциллограммы на рис. 3а демонстрируют искажение импульса при его прохождении по участку линии, частично заполненному ферритом, в переходном и импульсном представлениях. Наблюдается сильное искажение формы импульса, связанное с замедленным распространением высокочастотных компонент спектра сигнала.

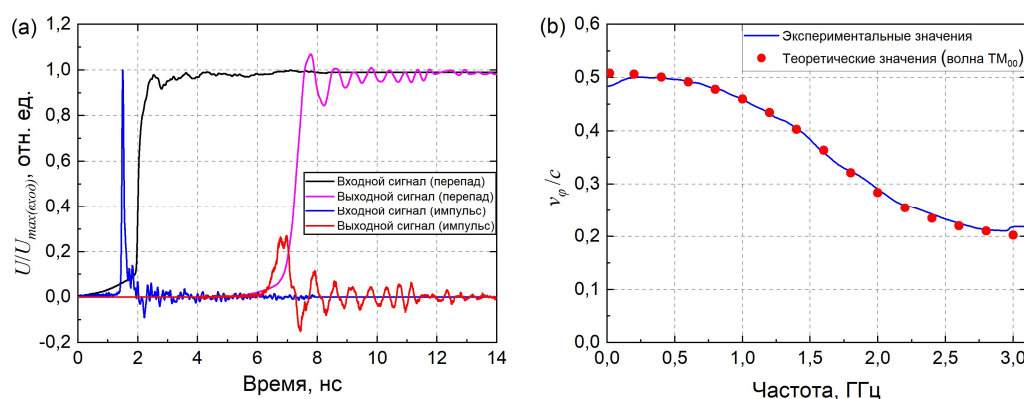


Рис. 3. (а): Осциллограммы входных и выходных импульсов ферритовой линии в линейном режиме; (б): измеренные и теоретические значения коэффициента замедления волны в ферритовой линии

Фазовые скорости частотных компонент сигнала приведены на рис. 3б. Точками показана теоретическая скорость волны  $TM_{00}$  для данных параметров линии ( $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ,  $\epsilon_i$  и  $\epsilon_e$ ) при значении магнитной проницаемости феррита 3.05, при котором наблюдается наилучшее согласие с экспериментальными данными. Хорошее совпадение расчётных и экспериментальных данных позволяет говорить о том, что в такой структуре распространение сигнала действительно происходит в виде волны  $TM_{00}$ . Также стоит отметить, что согласно полученным данным, в состоянии глубокого насыщения магнитная проницаемость феррита, определяющая задержку распространения по нему электромагнитной волны, действительно отлична от единицы, и весьма близка к значению, найденному по формуле (7).

#### 4. Заключение

В данной работе приведены результаты, описывающие распространение основной волны в коаксиальной линии с двумя радиальными слоями заполнения применительно к передаче широкополосных (импульсных) сигналов. Установлено, что основной волной в линии такого типа является замедленная волна, называемая  $TM_{00}$ ,  $E_{00}$  или квази-ТЕМ. Данная волна обладает сильной частотной дисперсией, которая проявляется при близких значениях рабочей длины волны и внешнего диаметра коаксиала. Характер дисперсии схож с таковым для диэлектрических волноводов, в особенности для линии поверхностной волны, и заключается в концентрации электромагнитного поля в слое с более высоким произведением диэлектрической и магнитной проницаемостей при повышении частоты сигнала. Исследование совместного влияния гиромангнитных и волноводных процессов на работу линии показало, что при сильных магнитных полях в линии волноводная дисперсия волны  $TM_{00}$  является неотъемлемой частью процесса распространения сигналов по коаксиальной линии с ферритом. Экспериментальные исследования распространения сигналов по

ферритовой коаксиальной линии в линейном режиме, приведённые в настоящей работе, показывают хорошее согласие с теоретически описанным поведением волны  $TM_{00}$ .

## 5. Список литературы

- [1] E.A. Alichkin, M.S. Pedos, A.V. Ponomarev, et al., Picosecond solid-state generator with a peak power of 50 GW, *Rev. Sci. Instrum.* **91**, 104705, 2020, doi: 10.1063/5.0017980
- [2] М.С. Педос, Е.А. Аличкин, В.Е. Патраков и др., Пикосекундный магнитный компрессор гигаваттного уровня мощности, *8th International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects*, Tomsk, Russia, 2022, doi: 10.56761/EFRE2022.S4-O-041801
- [3] M.R. Ulmaskulov, S.A. Shunailov, K.A. Sharypov, and M.I. Yalandin, Multistage converter of high-voltage subnanosecond pulses based on nonlinear transmission lines, *J. Appl. Phys.* **126**, 084504, 2019, doi: 10.1063/1.5110438
- [4] I.V. Romanchenko and V.V. Rostov, Energy levels of oscillations in a nonlinear transmission line filled with saturated ferrite, *Tech. Phys.* **55**, 1024, 2010, doi: 10.1134/S1063784210070170
- [5] I.V. Romanchenko, V.V. Rostov, A.V. Gunin, and V.Yu. Konev, High power microwave beam steering based on gyromagnetic nonlinear transmission lines, *J. Appl. Phys.* **117**, 214907, 2015, doi: 10.1063/1.4922280
- [6] Y. Cui, J. Meng, L. Huang, et al., Operation analysis of the wideband high-power microwave sources based on the gyromagnetic nonlinear transmission lines, *Rev. Sci. Instrum.* **92**, 034702, 2021, doi: 10.1063/5.0040323
- [7] V.E. Patrakov and S.N. Rukin, Computer simulation of multi-gigawatt magnetic compression lines, *8th International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects*, Tomsk, Russia, 2022, doi: 10.56761/EFRE2022.S6-P-017001
- [8] В.Е. Патраков, Численное моделирование пикосекундных линий магнитной компрессии, *МНИЖ* **143**(5S), 2024, doi: 10.60797/IRJ.2024.143.177
- [9] S.Y. Karelin, et al., Radio frequency oscillations in gyrotronic nonlinear transmission lines, *Plasma* **2**, 258, 2019, doi: 10.3390/plasma2020018
- [10] S.Y. Karelin, et al., Excitation of durable VHF oscillations in ferrite-filled coaxial lines, *Probl. Atom. Sci. Tech.* **146**, 8, 2023, doi: 10.46813/2023-146-008
- [11] И.Т. Кравченко, *Теория волновых процессов*. М.: Едиториал УРСС, 2003.
- [12] И.Г. Катаев, *Ударные электромагнитные волны*. М.: Советское радио, 1963.
- [13] Н.А. Семенов, *Техническая электродинамика*. М.: Связь, 1973.
- [14] В.Ф. Взятыйшев, *Диэлектрические волноводы*. М.: Советское радио, 1970.
- [15] E.F. Kuester, *Theory of waveguides and transmission lines*. Boca Raton: CRC Press, 2021.
- [16] J.E. Lewis and T.K. Sarkar, Characteristics of dielectric-tube-loaded coaxial cables, *Proc. Inst. Electr. Eng.* **119**, 523, 1972, doi: 10.1049/piee.1972.0112
- [17] Ю.А. Иларионов, В.Я. Сморгонский, Дисперсионные характеристики симметричных волн  $E_{0m}$  в коаксиальном кабеле с диэлектрическим покрытием, *Радиотехника и электроника*, **22**, 1068, 1977.
- [18] Ю.А. Иларионов, С.Б. Раевский, В.Я. Сморгонский, *Расчет гофрированных и частично заполненных волноводов*. М.: Советское радио, 1980.
- [19] Ю.Е. Мительман, С.Н. Шабунин, *Электродинамика многослойных цилиндрических направляющих систем*. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2013.
- [20] O.P. Jain, V. Makios, and W.J. Chudobiak, Coupled-mode model of dispersion in microstrip, *Electron. Lett.* **14**, 405, 1971, doi: 10.1049/el:19710275