

# Численное моделирование распространения ударной волны в газоразрядной камере высокого давления при воздействии мегаамперного разряда, сравнение с экспериментом

Я.В. Тряскин<sup>1,2,\*</sup>, М.Э. Пинчук<sup>1</sup>, А.А. Богомаз<sup>1</sup>, А.В. Будин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт электрофизики и электроэнергетики РАН, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

\*ubik33@yandex.ru

**Аннотация.** Представлены результаты численного моделирования движения ударной волны, распространяющейся по радиусу цилиндрической разрядной камеры, заполненной газом высокой плотности, со скоростью нарастания тока при пробое  $dI/dt \approx 10^{11}$  А/с. Для описания процессов в разрядной камере используется система гидродинамических уравнений для сжимаемого невязкого газа. Начальными условиями являются невозмущенный газ при давлении 5 МПа, температуре  $T_0 = 20$  °С и плотности, рассчитанной по уравнению состояния идеального газа с параметрами, соответствующими водороду. Для решения системы применена конечно-разностная схема с различными моделями источников выделения энергии. Получены результаты численного эксперимента распространения ударной волны вдоль радиуса цилиндрической газоразрядной камеры высокого давления под воздействием мегаамперного разряда. Наблюдается качественное совпадение экспериментальных результатов и численной модели.

**Keywords:** разрядная камера, ударная волна, конечные разности, разряд.

## 1. Введение

Сохраняется интерес к нелинейным процессам в газе высокой плотности в разрядной камере под воздействием мегаамперного разряда, когда скорость нарастания тока  $dI/dt > 10^{10}$  А/с. Это обусловлено как изучением экстремальных параметров низкотемпературной плазмы в газе, так и исследования газоплазменных эффектов в замкнутом пространстве. Отражением этого являются многочисленные эксперименты и публикации по этой теме [1–3].

Более того, при моделировании подобных процессов численными методами появляются дополнительные возможности для интерпретации и прогнозирования полученных результатов измерений. Отметим, что численная модель, апробированная на экспериментальных данных [1–3], позволяет получать картины гидродинамических полей и газоплазменных эффектов в разрядной камере высокого давления при различных начальных состояниях установки (давление в камере, мощность разряда при пробое, размеры камеры и т.п.), что позволяет сократить количество лабораторных исследований.

В физике процесса в газоразрядной камере существенную роль играют гидродинамические эффекты, в том числе формирование ударных волн [1, 3]. Быстрое развитие канала тока на оси камеры со значительным выделением энергии за короткий промежуток времени приводит к ступенчатому изменению давления и формированию ударной волны [1]. Фронт ударной волны распространяется радиально от центра камеры к стенкам, отражается от них и движется обратно, возвращаясь в исходную точку. Таким образом, разрядный канал сжимается, что приводит к дополнительному увеличению плотности энергии в центре камеры [1, 2].

В данной работе представлено численное исследование методом конечных разностей [4, 5], проведенное без учета плазменных эффектов в одномерной гидродинамической постановке. Такая идеализация сильно упрощает исследование, и позволяет оценить скорее качественные, чем количественные эффекты, возникающие в процессе движения ударной волны.

## 2. Экспериментальная установка

В экспериментальной установке [1–3] используется камера для сильноточного разряда в газе высокой плотности. Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Она имеет осесимметричную геометрию, где в центре расположены плоские вольфрамовые электроды диаметром  $r = 6$  мм. Расстояние между ними составляет  $l_w = 10 \div 20$  мм в зависимости от эксперимента. Для образования канала разряда между электродами протянута медная проволочка радиуса  $r_w = 0.5$  мм. Центральный электрод, изолированный от корпуса камеры, представляет собой катод, а корпус камеры соединён с анодом и играет роль токоподвода. Диаметр разрядной камеры составляет  $D_{ch} = 2 \cdot r_{ch} = 45 \div 60$  мм. Зажигание разряда в камере осуществляется взрывом проволочки. Время достижения амплитуды тока  $I = 500 \div 1500$  кА составляет приблизительно 40 мкс при скорости нарастания тока порядка  $10^{11}$  А/с.

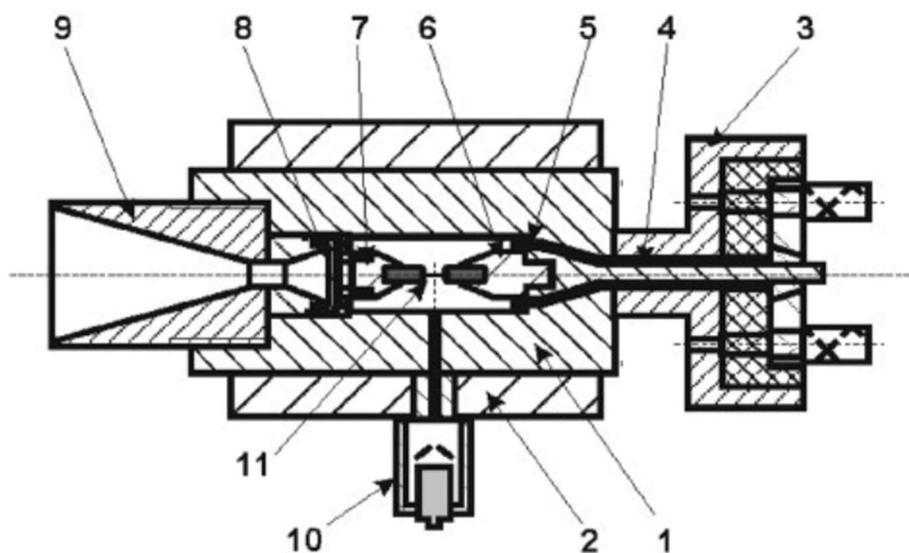


Рис. 1. Схема разрядной камеры. 1 – корпус; 2 – бандаж; 3 – токоприемник; 4 – вход тока; 5 – изоляция; 6 – катод; 7 – анод; 8 – диафрагма; 9 – сопло; 10 – буферная камера с рентгеновским детектором; 11 – проволочка для поджигания канала.

Эксперименты проводились при различном начальном давлении, геометрии камеры и мощности разряда. В таблице 1 приведены параметры и достигаемые значения в некоторых лабораторных экспериментах в газе высокой плотности.

**Таблица 1.** Параметры состояния среды, и результаты, полученные в ходе различных экспериментов.

	Газ	$P_0$ , МПа	$P_{max}$ , МПа	$T_{max}$ , °К	$J_{max}$ , кА	$a_0$ , м/с
1992	Воздух, Нс	0.1, 15	436	$10^5$	570	< 3800
1992	Нс	10	450	$2.5 \cdot 10^5$	670	< 3900
2008	Нс, Н <sub>2</sub>	5 – 35	190	$4 \cdot 10^5$	1600	< 4000
2013	Н <sub>2</sub>	5 – 32	—	$4 \cdot 10^5$	500 – 1600	< 4000

Первый столбец – ссылка на экспериментальную серию в лаборатории диагностики плазмы ИЭЭ РАН; второй столбец – вид газа в эксперименте; третий столбец – начальное давление в разрядной камере; четвертый столбец – максимальное давление, которое было зафиксировано на стенке в камере; пятый столбец – максимальная яркостная температура разряда в камере; шестой столбец – максимальный ток разряда; седьмой столбец – максимальная скорость ударной волны в газе в камере. Это начальные параметры для конечно-разностной модели и некоторые результаты для калибровки варьируемых параметров численного эксперимента.

### 3. Математическая постановка задачи

Задача рассматривается в одномерной гидродинамической постановке без учёта плазменных эффектов. При разряде (взрыв проволоочки) образуется ударная волна, которая распространяется из центра камеры (соответствует месту образования канала тока при пробое), движется по радиусу камеры, отражается от стенки камеры и движется обратно к исходной точке. Камера заполнена водородом под высоким давлением, начальные параметры состояния взяты из экспериментов (таблица 1), геометрические размеры камеры из описания экспериментов [1–3]. Численное моделирование распространения ударной волны выполняется модифицированным явным методом конечных разностей Лакса-Вендроффа [4, 5], при этом магнитоплазменные эффекты, на данном этапе, не учитываются. Такая идеализация обеспечивает более простую реализацию численной схемы и граничных условий, что значительно упрощает исследование.

Основные процессы в газе описываются системой уравнений гидродинамики (1) (уравнение неразрывности, импульса, энергии и соотношения для полной энергии и внутренней энергии газа), граничные условия выбираются в точках  $x=x_0$  (соответствует оси камеры) и  $x = x_k$  (соответствует непроницаемой, идеально упругой стенке). Начальное условие для физических полей определяется из уравнения состояния для идеального газа и источника возмущения, который задаётся сильной ударной волной, образованной за счёт подкачки энергии в систему и описывается формулой Саха для первой ионизации с учётом известной вольт-амперной характеристики из экспериментов [1–3].

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) &= 0, \\ \rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \right) u &= -\nabla P + \eta \Delta u, \quad P = \rho RT, \\ \rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \right) E + \nabla q - \nabla(Q \cdot u) &= 0, \quad E = e_s + u^2/2, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\rho$ ,  $u$ ,  $P$ ,  $\eta$  – плотность, скорость, полное давление и вязкость газа соответственно;  $R$  – газовая постоянная;  $T$  – температура газа в градусах Кельвина;  $q$  – теплопроводность;  $Q$  – тензор напряжений;  $e_s$ ,  $E$  – внутренняя и полная энергия газа;  $x$ ,  $t$  – координата и время соответственно.

### 4. Безразмерная система уравнений

Система дифференциальных уравнений (1) (если положить вязкость  $\eta = 0$ ) сводится к системе трёх безразмерных дифференциальных уравнений в консервативной форме трёх переменных  $\rho$ ,  $u$ ,  $p$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p/\gamma) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \left[ \frac{p}{\rho(\gamma-1)} + \frac{1}{2} u^2 \right] \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( u \left[ \rho \left( \frac{p}{\rho(\gamma-1)} + \frac{1}{2} u^2 \right) + p/\gamma \right] \right) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x$ ,  $t$ ,  $\rho$ ,  $u$ ,  $p$  – декартова координата, время, плотность газа, скорость потока и давление газа соответственно. Система (2) может быть представлена в консервативной форме векторного дифференциального уравнения (3).

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

где  $\mathbf{U} = \{U_1, U_2, U_3\}$  и  $\mathbf{F} = \{F_1, F_2, F_3\}$  – вектора, компоненты которых определяются числителями при частных производных по  $t$  и  $x$  соответственно из системы (2). Начальные условия выбираются из уравнения состояния идеального газа и начальных параметров

системы  $\rho(x, t = 0) = \rho_0$ ,  $u(x, t = 0) = 0$ ,  $p(x, t = 0) = p_0$ . Для компонентов векторов  $U$  и  $F$  начальные условия:

$$\begin{aligned} U_1^0(x, t = 0) &= \rho_0, U_2^0(x, t = 0) = 0, U_3^0(x, t = 0) = p_0/(\gamma - 1), \\ F_1^0(x, t = 0) &= 0, F_2^0(x, t = 0) = p_0, F_3^0(x, t = 0) = 0, \end{aligned}$$

где  $\rho_0 = \rho(p_0, T_0)$  – функция из уравнения состояния для идеального газа для заданного начального давления  $p_0 = 0.1 \div 32$  МПа и начальной температуры окружающей среды  $T_0 = 20$  °С.

## 5. Источник возмущения ударной волны

Источник возмущения на начальном этапе определялся из закона Джоуля-Ленца по известной вольт-амперной характеристике, но данная модель имеет существенный недостаток. Если в первые моменты времени и при достаточно низком давлении газа в камере (менее 5 МПа) подкачка энергии не оказывает существенного влияния на качественную картину течения, то с течением времени, вследствие газодинамического расширения, в окрестности оси проволоочки падает плотность среды. Это приводит к росту удельной внутренней энергии, соответственному росту температуры и увеличению дополнительно вкаченной в "горячую зону" энергии. Конвективный вынос энергии из "горячей зоны" оказывается существенно ниже, чем подкачка энергии. В результате модель приобретает структуру с положительной обратной связью, что приводит к неограниченному росту расчётных параметров в задаче.

С целью построения модели энерговыделения, свободной от указанного дефекта, рассмотрена уточнённая модель для источника возмущения. Как показали численные эксперименты, чтобы повысить максимальные расчётные давления газа в разрядной камере, необходимо применить двухступенчатую модель энерговыделения: мгновенное начальное и дополнительная подкачка энергии в возмущённом объёме  $Q = Q_0 + \Delta Q$ . Начальное энерговыделение представляет собой некоторый варьируемый параметр зависящий от максимального тока пробоя, дополнительное энерговыделение определяется из условия  $\Delta Q = \sigma E^2 dt$ , где  $\sigma = a \cdot (T/T_*)^{3/2}$ ,  $T_* = 1$  эВ,  $E$  – электрическое поле, которое определяется с некоторым усреднением из существующей вольт-амперной характеристики [1, 2]. Стоит обратить внимание, что проводимость  $\sigma$  – соответствует формуле Саха, если учесть, что параметр  $a$  – является параметром зависящий от степени ионизации, плотности частиц в газе и т.п.

## 6. Метод решения

Безразмерная векторная система уравнений (3) может быть решена методом, основанным на численной схеме Лакса-Вендроффа второго порядка [5]. Для векторной формы уравнений газовой динамики (3) схема Лакса-Вендроффа имеет вид:

$$\begin{aligned} U_i^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2}(U_{i+1}^n + U_{i-1}^n) - \Delta t \frac{F_{i+1}^n - F_{i-1}^n}{2\Delta x}, \\ U_i^{n+1} &= U_i^n - 2\Delta t \frac{F_{i+1}^{n+\frac{1}{2}} - F_{i-1}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x}, \end{aligned}$$

что соответствует разностной схеме второго порядка точности с центральными разностями, где  $i$  – индекс дискретной декартовой координаты  $x_i \in [x_0, x_k]$ ,  $n$  – индекс определяющий шаг по времени  $t_n \in [t_0, t_N]$ .

Граничные условия для дискретных функций имеют вид:  $U_{i=1}^n = U_{i=2}^n$ ,  $U_{i=k}^n = U_{i=k-1}^n$ ,  $F_{i=1}^n = F_{i=2}^n$ ,  $F_{i=k}^n = F_{i=k-1}^n$ , где  $i \in [1, k]$ ,  $k = 400$  – число узлов сетки по координате  $x$ ,  $N$  – максимальное количество шагов по времени,  $dt$  – шаг по времени, который получается из условия Фридриха-Куранта-Леви [4] на каждом шаге.

## 7. Результаты

Сравнение численного и экспериментального результата представлено на рис. 2, рис. 3. На графиках приведены зависимости давления водорода на стенке разрядной камеры ( $x = xk$ ) от времени. На рис. 2 эксперимент проводился при давлении  $p_0 = 29$  МПа и токе разряда  $J_{max} = 975$  кА. На рис. 3 начальные параметры в эксперименте  $p_0 = 5$  МПа и ток разряда  $J_{max} = 500$  кА. Сравнивая полученные результаты отметим, что скорость ударной волны в Махах внутри камеры была выше для численного эксперимента с большим начальным давлением и током разряда. Установлено, что точность численного расчёта для малых давлений – выше (отклонение модельной кривой от экспериментальной меньше). Отметим, что есть качественное совпадение результатов моделирования модифицированным конечно-разностным методом с кривыми полученными в лаборатории диагностики плазмы ИЭЭ РАН.



Рис. 2. Импульсное давление в эксперименте с водородом при  $P_0 = 29$  МПа,  $J_{max} = 975$  кА. Синяя линия – эксперимент, черная – результат моделирования методом конечных разностей.  $M_{max}$  – максимальная скорость звука в Махах внутри камеры.



Рис. 3. Импульсное давление в эксперименте с водородом при  $P_0 = 5$  МПа,  $J_{max} = 500$  кА. Синяя линия – эксперимент, черная – результат моделирования методом конечных разностей.  $M_{max}$  – максимальная скорость звука в Махах внутри камеры.

## 8. Выводы

Представлены результаты моделирования гидродинамических полей и оценка величины давления ударной волной на стенку газоразрядной камеры в сравнение с экспериментальными результатами для различных максимальных токов разряда и начального давления в камере. Есть удовлетворительное совпадение результатов эксперимента и численной модели (рис. 2, 3). На основании полученных результатов сделан вывод, что модифицированные конечно-разностные двухшаговые численные схемы дают приемлемые результаты. Одномерная схема моделирования с описанием источника энерговыделения в соответствии с уравнением ионизации Саха даёт качественное описание нагрева и движения газа в объеме разрядной камеры.

Дальнейшее развитие метода включает в себя учёт плазменных эффектов, которые описываются уравнениями магнитной гидродинамики, также необходимо развитие модели источника возмущения (энерговыделения), так как текущая модель не даёт приемлемые результаты для давлений более 5 МПа.

## 9. Литература

[1] P.G. Rutberg, A.A. Bogomaz, M.E. Pinchuk, A.V. Budin, A.G. Leks, and A.A. Pozubenkov,

- High-current discharge channel contraction in high density gas, *Physics of Plasmas*, **18**(12), 122702, 2011, doi:10.1063/1.3662053
- [2] A.V. Budin, Ph.G. Rutberg, M.E. Pinchuk, A.A. Bogomaz, and V.Yu. Svetova, Heating of High-Density Hydrogen by High-Current Arc Radiation, *International Scholarly and Scientific Research & Innovation*, **6**(11), 1448–1451, 2012, doi:10.5281/zenodo.1076214
- [3] Ph.G. Rutberg, A.V. Budin, M.E. Pinchuk, A.A. Bogomaz, A.G. Leks, S.Yu. Losev, and A.A. Pozubenkov, Energy density increasing in the channel of super-high pressure megaampere discharge due to resonance of different type oscillations of the channel, *International Journal of Engineering, Mathematical and Physical Sciences*, **5**(11), 2012, doi: 10.5281/zenodo.1332262
- [4] A.A. Samarskii, and Y.P. Popov, *Difference Schemes of Gas Dynamics*. Moscow. Nauka, 1980.
- [5] C.A.J. Fletcher, *Computational Techniques for Fluid Dynamics, Vols. II*. New York: Springer-Verlag, 1991.